1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$; $\gamma_1=\sqrt{8/n}$; $\gamma_2=3+12/n$

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω. Sabe-se que quando A se realiza, não se realiza B. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Acontecimentos A e B são independentes		
Acontecimentos A e B são incompatíveis		
Se P(B)>0, então P(A|B) = 0		
P(A-B) > P(A)		

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$F(a+0)=F(a)$		
Se φ é uma função real de variável real, $Y=\varphi(X)$ é uma variável aleatória discreta		
$f(x)$ pode assumir valores superiores a 1		
$F(x)$ não tem derivada em nenhum ponto		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O 1º decil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k)=0.9$		
Se existe $Var(X)$ e $Y=-X$, então $Var(Y)=-Var(X)$		
Se X e Y forem independentes pode-se garantir que $Cov(X,Y)=0$		
$E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)$ se e só se X e Y forem independentes		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(a, a+1)$ então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 1/2$		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se como sucesso o acontecimento $A = \{X < \mu\}$. Seja uma sucessão de n experiências aleatórias independentes. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/4$		
Tem-se $F_{X_i}(x) = 1 - e^{-x}, x > 0\ (i = 1,2)$ então $X_1 + X_2 \sim \chi^2(4)$		
Se $X_1 \sim B(n_1, \theta_1)$ e $X_2 \sim B(n_2, \theta_2)$ então $X_1 + X_2 \sim B\left(n_1 + n_2, \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um População X. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A variância da média da amostra coincide com a variância da população		
$2 + \lvert X_1 + X_n \rvert$ é uma estatística		
Se $X \sim N(0,1)$ então $W = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sim \chi^2_{(n+1)}$		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $\forall\ x \in \mathbb{R}, P\left(X_{(1)} > x\right) \leq P\left(X_{(n)} > x\right)$		

6. Sejam $X_i \sim Po(\lambda_i)\ (i = 1,2)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos

que $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$. [Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual extraída de um População X com função de distribuição $F_X(x)$ Seja ainda $T = \max\{X_i\}$. Obtenha a função de distribuição de T como função de F_X. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \varnothing$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$;

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots); X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\text{Var}(X) = 2n$; $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}, s < \dfrac{1}{2}$; $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$; $\gamma_2 = 3 + 12/n$

1. Sejam A e B acontecimentos independentes, com probabilidade positiva, de um espaço de resultados Ω. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Acontecimentos A e B são incompatíveis		
$P(A \mid B) = 0$		
Se $A \cup B = \Omega$, então A e B constituem uma partição de Ω		
$P(\bar{A} \mid \bar{B}) = P(\bar{A})$		

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$ e $a \in \Re$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$F(a+0) = F(a)$		
Se $\varphi(X)$ é uma função real de variável real, $Y = \varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória discreta		
A respectiva função densidade de probabilidade pode assumir valores superiores a 1		
Se $F(x+h) > F(x) \Rightarrow h > 0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O 1º Quartil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $P(X > k) = 0{,}75$		
Se $Cov(X,Y) = 3$, X e Y não são independentes		
Se existe $Var(X)$ e $Y = \mu - X$, então $Var(Y) = \mu^2 Var(X)$		
Se X e Y forem independentes então $Var(X-2Y) = Var(X) + 2Var(Y)$		

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(0, 2a)$ então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = a$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X > \sigma) > 1/2$		
Se X é v.a. que representa o tempo de espera pela m-ésima ocorrência de um processo de Poisson com taxa média λ, então $X \sim \chi^2_{(2m)}$		
Se $X_1 \sim B(n_1, \theta_1)$ e $X_2 \sim B(n_2, \theta_2)$ então $X_1 + X_2 \sim B(n_1 + n_2, Max\{\theta_1, \theta_2\})$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um População X. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A variância da média da amostra tende para 0 quando a dimensão da amostra tende para infinito		
$\left\|X_{(1)} + X_{(n)}\right\|$ é uma estatística		
Se $X \sim Bi(1, \theta)$ então $Y = n\bar{X} \sim Bi(n, \theta)$		
Então $\forall\, x \in \mathbb{R}, P(X_1 > x,\ X_n > x) = [1 - F(x)]^2$		

6. Sejam $X_i \sim Po(\lambda_i)\ (i = 1,2)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos

que $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$. [Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual extraída de um População X com função de distribuição $F_X(x)$ Seja ainda $T = \max\{X_i\}$. Obtenha a função de distribuição de T como função de F_X . [Cotação: 15]

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, EN** **31.05. 11**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$; $\gamma_1=\sqrt{8/n}$; $\gamma_2=3+12/n$

1. Sejam A e B acontecimentos incompatíveis de um espaço de resultados Ω, com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Acontecimentos A e B são independentes		
$P(A\mid B)=0$		
Se $A\cup B=\Omega$, então A e B constituem uma partição de Ω		
$\bar{A}$ e $\bar{B}$ também são incompatíveis		

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$F(a+0)=F(a)$		
Se $\varphi(X)$ é uma função real de variável real, $Y=\varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória contínua		
A respectiva função densidade de probabilidade pode assumir valores superiores a 1		
$F(x)$ não tem derivada em algum ponto do seu domínio		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja ε_α o Quantil de ordem α de uma v.a. X, então $P(X>\varepsilon_\alpha)=1-\alpha$		
Se $Cov(X,Y)=0$, X e Y são independentes		
Se existe $Var(X)$ e $Y=2-X$, então $Var(Y)=Var(X)$		
Se X e Y forem dependentes então $E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)-2Cov(X,Y)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(-a,a)$, então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 0$		
Seja $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ e considere-se como sucesso o acontecimento $A = \{X < 1^{\text{º}}Quartil\}$. Seja uma sucessão de n experiências aleatórias independentes. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/4$		
Seja X v.a. que representa o número de ocorrências num processo de Poisson com taxa média λ, e Y o tempo de espera pela n-ésima ocorrência. Então $Y \sim G(n,\lambda)$		
Se $X \sim B(n,\theta), n \geq 300, \theta \leq 0{,}001$ então $Var(X)$ tende assintóticamente para $n\theta$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um População X. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se a variância da média da amostra é igual a 0 a variância da população também é igual a 0		
$X_1/2$ é uma estatística		
Se $X \sim N(\mu,\sigma^2)$. então $Y = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2_{(n)}$		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $\forall\, x \in \mathbb{R}, P(X_{(n)} > x) \geq P(X_{(1)} > x)$		

6. Sejam $X_i \sim Po(\lambda_i)$ $(i = 1{,}2)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$. [Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual extraída de um População X com função de distribuição $F_X(x)$ Seja ainda $T = \max\{X_i\}$. Obtenha a função de distribuição de T como função de F_X . [Cotação: 15]

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, EN** **31.05. 11**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x\,!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\;\;(x<0)$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\,s<\dfrac{1}{2}$; $\gamma_1=\sqrt{8/n}$; $\gamma_2=3+12/n$

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω tais que $A\cap B=\emptyset$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Acontecimentos A e B são acontecimentos incompatíveis		
Acontecimentos A e B são acontecimentos independentes		
$P[(A-B)\cap B]=0$		
Se A e B formam uma partição de Ω , com $P(A)>0$ então $P(B\mid A)\neq 0$		

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$ Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$F(a-0)=F(a)$		
Se φ é uma função real de variável real, $Y=\varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória mista		
$f(x)$ pode assumir valores superiores a 1		
Se $F(x+h)<F(x)\Rightarrow\;h<0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O 7º decil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k)=0.7$		
Se X e Y são independentes então $Cov(X,Y)=0$,		
Se existe $Var(X)$ e $Y=-X$, então $Var(Y)=-Var(X)$		
Se X e Y forem dependentes então $Var(X-2Y)=Var(X)+4Var(Y)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(-a, a+1)$, então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 1$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \leq \sigma) > 1/2$.		
Seja X v.a. que representa o número de ocorrências num processo de Poisson com taxa média λ, e Y o tempo de espera 5ª ocorrência. Então $Y \sim \chi^2_{(10)}$		
Se $X \sim B(n, \theta), n = 3, \ \theta = 0{,}5$ então $Var(X) = 1{,}5$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um População X. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Numa amostra de dimensão n > 2, $Var(\bar{X}) \neq Var(X)$		
$2X_{(1)} - X_n$ é uma estatística		
Se $X \sim Po(\lambda)$ então $Var(n\bar{X}) = n\lambda$		
Então $\forall\, x \in \mathbb{R},\ P(X_1 < x, X_n > x) = F(x) - [F(x)]^2$		

6. Sejam $X_i \sim Po(\lambda_i)\ (i = 1,2)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$. [Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual extraída de um População X com função de distribuição $F_X(x)$ Seja ainda $T = \max\{X_i\}$. Obtenha a função de distribuição de T como função de F_X . [Cotação: 15]

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(20)	P:

1. Estudos efectuados mostram que em determinada região, 60% das famílias gozam o período de férias na praia, e destas, 42% têm pelo menos dois filhos. 35% das famílias fazem férias no campo, sendo de 18%, a percentagem dos que têm dois ou mais filhos. As restantes famílias fazem férias no estrangeiro, havendo 5% destas que têm pelo menos dois filhos.

a) A família Silva tem três filhos. Qual a probabilidade de fazer férias no estrangeiro?

b) Num grupo de 20 famílias desta região, escolhidas ao acaso, qual a probabilidade de, pelo menos metade, não fazer férias na praia?

0,7553 ☐ 0,2447 ☐ 0,1275 ☐ 0,5956 ☐

2. A procura diária de esquentadores em certo estabelecimento é uma variável aleatória com função probabilidade:

x	0	1	2	3	4
f(x)	a	b	c	b	a

a) Se em 10% dos dias as vendas são inferiores a uma unidade e em sessenta por cento dos dias são superiores a uma unidade, determine o valor das constantes a,b e c.

a=0.1,b=0.3,c=0.2 ☐ a=0.15,b=0.2,c=0.3 ☐ a=0.15,b=0.1,c=0.5 ☐ a=0.2,b=0.1,c=0.4 ☐

b) Se o estabelecimento tiver um stock diário de 2 esquentadores e **a=0.1, b=0.25, c=0.3** qual o valor médio de esquentadores vendidos por dia ?

3. A chegada de aviões a um aeroporto, entre as 10 e as 12 da manhã, segue um processo de Poisson de taxa média igual a 5 por hora.

a) Determine a probabilidade de na primeira meia hora chegarem pelo menos 4 aviões.

0.7862 ☐ 0.2424 ☐ 0.1088 ☐ 0.8664 ☐

b) Uma pessoa chega ao aeroporto às 10:00, olha para o "placard" das chegadas e constata que o avião em que vem o amigo é o 5º a aterrar depois das 10. Qual a probabilidade de ter de esperar mais de 40 minutos?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81.

a) Qual o peso da embalagem tal que 90% das embalagens estão acima desse peso?

111.5 ☐ 85.2 ☐ 114.8 ☐ 88.5 ☐

b) Numa amostra de 10 embalagens, qual a probabilidade de a mais leve pesar menos de 95 gramas.

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(20)	P:

1. Estudos efectuados mostram que em determinada região, 60% das famílias gozam o período de férias na praia, e destas, 42% têm pelo menos dois filhos. 35% das famílias fazem férias no campo, sendo de 18%, a percentagem dos que têm dois ou mais filhos. As restantes famílias fazem férias no estrangeiro, havendo 5% destas que têm pelo menos dois filhos.

a) A família Silva tem três filhos. Qual a probabilidade de fazer férias no estrangeiro?

b) Num grupo de 15 famílias desta região, escolhidas ao acaso, qual a probabilidade de no mínimo 10, fazerem férias no campo?

0,0028 ☐ 0,0124 ☐ 0,9904 ☐ 0,9702 ☐

2. A procura diária de esquentadores em certo estabelecimento é uma variável aleatória com função probabilidade:

x	0	1	2	3	4
f(x)	a	b	c	b	a

a) Se em 35% dos dias as vendas são inferiores a duas unidades e em 15% dos dias são superiores a três unidades, determine o valor das constantes a,b e c.

a=0.1,b=0.3,c=0.2 ☐ a=0.15,b=0.2,c=0.3☐ a=0.1,b=0.15,c=0.5☐ a=0.1,b=0.2,c=0.4☐

b) Se o estabelecimento tiver um stock diário de 2 esquentadores e **a=0.1, b=0.25, c=0.3** qual o valor médio de esquentadores vendidos por dia ?

3. A chegada de aviões a um aeroporto, entre as 10 e as 12 da manhã, segue um processo de Poisson de taxa média igual a 5 por hora.

a) Determine a probabilidade de até às 11:30 chegarem menos de 7 aviões.

0.1465 ☐ 0.5246 ☐ 0.1367 ☐ 0.3782 ☐

b) Uma pessoa chega ao aeroporto às 10:00, olha para o “placard” das chegadas e constata que o avião em que vem o amigo é o 5º a aterrar depois das 10. Qual a probabilidade de ter de esperar mais de 40 minutos?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81.

a) Qual o peso da embalagem tal que 80% das embalagens estão acima desse peso?

92.4 ☐ 107.6 ☐ 88.5 ☐ 111.5 ☐

b) Numa amostra de 10 embalagens, qual a probabilidade de a mais leve pesar menos de 95 gramas.

.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Normal - 2ª Parte – Prática – 80 minutos   31. 05. 11

Nome:____ **Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(20)	P:

1. Estudos efectuados mostram que em determinada região, 60% das famílias gozam o período de férias na praia, e destas, 42% têm pelo menos dois filhos. 35% das famílias fazem férias no campo, sendo de 18%, a percentagem dos que têm dois ou mais filhos. As restantes famílias fazem férias no estrangeiro, havendo 5% destas que têm pelo menos dois filhos.

a) A família Silva tem três filhos. Qual a probabilidade de fazer férias no estrangeiro?

b) Num grupo de 10 famílias desta região, escolhidas ao acaso, qual a probabilidade de, pelo menos três, fazerem férias no estrangeiro?

0,9895 ☐   0,0115 ☐   0,9254 ☐   0,0010 ☐

2. A procura diária de esquentadores em certo estabelecimento é uma variável aleatória com função probabilidade:

x	0	1	2	3	4
f(x)	a	b	c	b	a

a) Se em 10% dos dias as vendas são inferiores a uma unidade e em setenta por cento dos dias são superiores a uma unidade, determine o valor das constantes a,b e c.

a=0.1,b=0.3,c=0.2 ☐ a=0.15,b=0.2,c=0.3 ☐ a=0.1,b=0.15,c=0.5 ☐ a=0.1,b=0.2,c=0.4 ☐

b) Se o estabelecimento tiver um stock diário de 2 esquentadores e **a=0.1, b=0.25, c=0.3** qual o valor médio de esquentadores vendidos por dia ?

3. A chegada de aviões a um aeroporto, entre as 10 e as 12 da manhã, segue um processo de Poisson de taxa média igual a 5 por hora.

a) Determine a probabilidade de até às 10:42 chegarem pelo menos 6 aviões.

0.9229 ☐ 0.1424 ☐ 0.8678 ☐ 0.0653 ☐

b) Uma pessoa chega ao aeroporto às 10:00, olha para o “placard” das chegadas e constata que o avião em que vem o amigo é o 5º a aterrar depois das 10. Qual a probabilidade de ter de esperar mais de 40 minutos?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81.

a) Qual o peso da embalagem tal que 70% das embalagens estão acima desse peso?

104.72 ☐ 95.28 ☐ 90.68 ☐ 109.32 ☐

b) Numa amostra de 10 embalagens, qual a probabilidade de a mais leve pesar menos de 95 gramas.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Normal - **31. 05. 11**

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(20)	P:

1. Estudos efectuados mostram que em determinada região, 60% das famílias gozam o período de férias na praia, e destas, 42% têm pelo menos dois filhos. 35% das famílias fazem férias no campo, sendo de 18%, a percentagem dos que têm dois ou mais filhos. As restantes famílias fazem férias no estrangeiro, havendo 5% destas que têm pelo menos dois filhos.

a) A família Silva tem três filhos. Qual a probabilidade de fazer férias no estrangeiro?

b) Num grupo de 10 famílias desta região, escolhidas ao acaso, qual a probabilidade de, pelo menos metade, não fazerem férias na praia?

0,3669 ☐ 0,7492 ☐ 0,1662 ☐ 0,7993 ☐

2. A procura diária de esquentadores em certo estabelecimento é uma variável aleatória com função probabilidade:

x	0	1	2	3	4
f(x)	a	b	c	b	a

a) Se em 75% dos dias as vendas são inferiores a três unidades e em 10% dos dias são superiores a três unidades, determine o valor das constantes a,b e c.

a=0.1,b=0.3,c=0.2 ☐ a=0.15,b=0.2,c=0.3 ☐ a=0.1,b=0.15,c=0.5 ☐ a=0.1,b=0.2,c=0.4 ☐

b) Se o estabelecimento tiver um stock diário de 2 esquentadores e **a=0.1, b=0.25, c=0.3** qual o valor médio de esquentadores vendidos por dia ?

3. A chegada de aviões a um aeroporto, entre as 10 e as 12 da manhã, segue um processo de Poisson de taxa média igual a 5 por hora.

a) Determine a probabilidade de até às 11:12 chegarem menos de 9 aviões.

0.0688 ☐ 0.8472 ☐ 0.9161 ☐ 0.1033 ☐

b) Uma pessoa chega ao aeroporto às 10:00, olha para o “placard” das chegadas e constata que o avião em que vem o amigo é o 5º a aterrar depois das 10. Qual a probabilidade de ter de esperar mais de 40 minutos?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81.

a) Qual o peso da embalagem tal que 99% das embalagens estão acima desse peso?

120.93 ☐ 79.06 ☐ 123.18 ☐ 76.82 ☐

b) Numa amostra de 10 embalagens, qual a probabilidade de a mais leve pesar menos de 95 gramas.